

제 2 교시

수학 영역 (가형)

5지선다형

1.  $4^{\log_2 3}$ 의 값은? [2점]

- ① 3      ② 6      ③ 9      ④ 12      ⑤ 15

2.  $\tan \frac{4}{3}\pi$ 의 값은? [2점]

- ①  $-\sqrt{3}$     ②  $-1$       ③  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     ④ 1      ⑤  $\sqrt{3}$

3. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{3n-1}{n^2+1} < a_n < \frac{3n+2}{n^2+1}$$

를 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n$ 의 값은? [2점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(A^C)=P(B)=\frac{2}{5}$$

일 때,  $P(A \cup B)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여사건이다.)

[3점]

- ①  $\frac{16}{25}$     ②  $\frac{17}{25}$     ③  $\frac{18}{25}$     ④  $\frac{19}{25}$     ⑤  $\frac{4}{5}$

5. 두 양수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x)=a\cos bx+3$ 이 있다.  
 함수  $f(x)$ 는 주기가  $4\pi$ 이고 최솟값이  $-1$ 일 때,  $a+b$ 의  
 값은? [3점]

- ①  $\frac{9}{2}$       ②  $\frac{11}{2}$       ③  $\frac{13}{2}$       ④  $\frac{15}{2}$       ⑤  $\frac{17}{2}$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+4x}{\ln(x^2+x+1)}$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

7.  $\overline{AB}=2$ ,  $\overline{AC}=\sqrt{7}$ 인 예각삼각형 ABC의 넓이가  $\sqrt{6}$ 이다.  
 $\angle A=\theta$ 일 때,  $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{\sqrt{3}}{7}$       ②  $\frac{2}{7}$       ③  $\frac{\sqrt{5}}{7}$       ④  $\frac{\sqrt{6}}{7}$       ⑤  $\frac{\sqrt{7}}{7}$

8. 수열  $\{a_n\}$  의 일반항이  $a_n = 2n + 1$  일 때,  $\sum_{n=1}^{12} \frac{1}{a_n a_{n+1}}$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{9}$       ②  $\frac{4}{27}$       ③  $\frac{5}{27}$       ④  $\frac{2}{9}$       ⑤  $\frac{7}{27}$

9. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 한 번 던져서 나온 두 눈의 수의 곱이 짝수일 때, 나온 두 눈의 수의 합이 짝수일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{12}$       ②  $\frac{1}{6}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{5}{12}$

10. 함수  $f(x) = \tan 2x + \frac{\pi}{2}$  의 그래프 위의 점  $P\left(\frac{\pi}{8}, f\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)$  에서의 접선의  $y$  절편은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{3}{4}$       ③ 1      ④  $\frac{5}{4}$       ⑤  $\frac{3}{2}$

11. 수열  $\{a_n\}$  이  $a_1 = 1$  이고 모든 자연수  $n$  에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{a_n} & (a_n \leq 1) \\ \log_{a_n} \sqrt{2} & (a_n > 1) \end{cases}$$

을 만족시킬 때,  $a_{12} \times a_{13}$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\sqrt{2}$       ④ 2      ⑤  $2\sqrt{2}$

12.  $x > 1$  인 모든 실수  $x$  의 집합에서 정의되고 미분가능한 함수  $f(x)$  가

$$\sqrt{x-1} f'(x) = 3x - 4$$

를 만족시킬 때,  $f(5) - f(2)$  의 값은? [3점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

13. 두 함수  $f(x)=2^x+1$ ,  $g(x)=2^{x+1}$ 의 그래프가 점 P에서 만난다. 서로 다른 두 실수  $a, b$ 에 대하여 두 점  $A(a, f(a))$ ,  $B(b, g(b))$ 의 중점이 P일 때, 선분 AB의 길이는? [3점]
- ①  $2\sqrt{2}$     ②  $2\sqrt{3}$     ③ 4    ④  $2\sqrt{5}$     ⑤  $2\sqrt{6}$

14. 확률변수  $X$ 는 정규분포  $N(m, 2^2)$ , 확률변수  $Y$ 는 정규분포  $N(2m, \sigma^2)$ 을 따른다.
- $P(X \leq 8)+P(Y \leq 8)=1$
- 을 만족시키는  $m$ 과  $\sigma$ 에 대하여  $P(Y \leq m+4)=0.3085$ 일 때,  $P(X \leq \sigma)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]
- | $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 0.5 | 0.1915               |
| 1.0 | 0.3413               |
| 1.5 | 0.4332               |
| 2.0 | 0.4772               |
- ① 0.0228                      ② 0.0668                      ③ 0.1359  
④ 0.1587                      ⑤ 0.2857

15. 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖고  $g(x)$ 가 증가함수일 때, 함수  $h(x)$ 를

$$h(x) = (f \circ g)(x)$$

라 하자. 점  $(2, 2)$ 가 곡선  $y = g(x)$ 의 변곡점이고  $\frac{h''(2)}{f''(2)} = 4$ 이다.  $f'(2) = 4$ 일 때,  $h'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

16. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로  $a, b, c$ 라 하자.  $a+b+c$ 의 값을 확률변수  $X$ 라 할 때, 다음은 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 를 구하는 과정이다.

$3 \leq a+b+c \leq 18$ 이므로 확률변수  $X$ 가 가질 수 있는 값은 3, 4, 5,  $\dots$ , 18이다.

$a, b, c$ 가 각각 6 이하의 자연수이므로

$7-a, 7-b, 7-c$ 는 각각 6 이하의 자연수이다.

$3 \leq k \leq 18$ 인 자연수  $k$ 에 대하여

$a+b+c=k$ 일 확률  $P(X=k)$ 와

$(7-a)+(7-b)+(7-c)=k$ 일 확률

$P(X=3 \times \boxed{\text{가}} - k)$ 는 서로 같다.

그러므로 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 는

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=3}^{18} \{k \times P(X=k)\} \\ &= 3 \times P(X=3) + 4 \times P(X=4) + 5 \times P(X=5) \\ &\quad + \dots + 17 \times P(X=17) + 18 \times P(X=18) \\ &= \boxed{\text{나}} \times \sum_{k=3}^{10} P(X=k) \end{aligned}$$

이때, 확률질량함수의 성질에 의하여  $\sum_{k=3}^{18} P(X=k) = 1$ 이므로

$$\sum_{k=3}^{10} P(X=k) = \boxed{\text{다}} \text{이다.}$$

따라서  $E(X) = \boxed{\text{나}} \times \boxed{\text{다}}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$ 라 할 때,

$\frac{p+q}{r}$ 의 값은? [4점]

- ① 49      ②  $\frac{105}{2}$       ③ 56      ④  $\frac{119}{2}$       ⑤ 63

17. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k, \quad T_n = \sum_{k=1}^n |a_k|$$

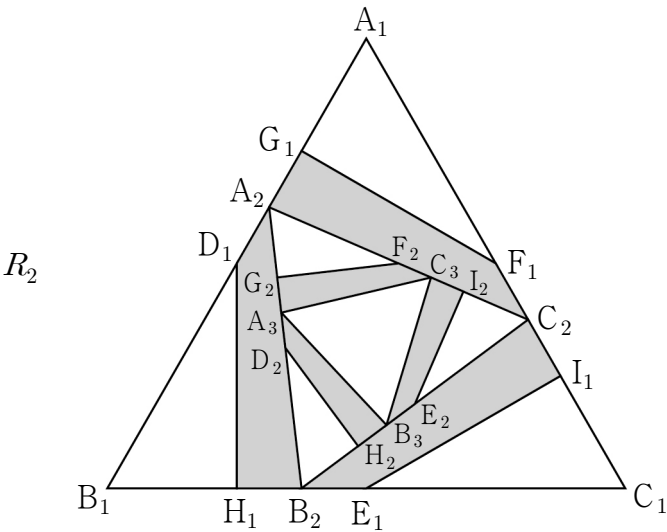
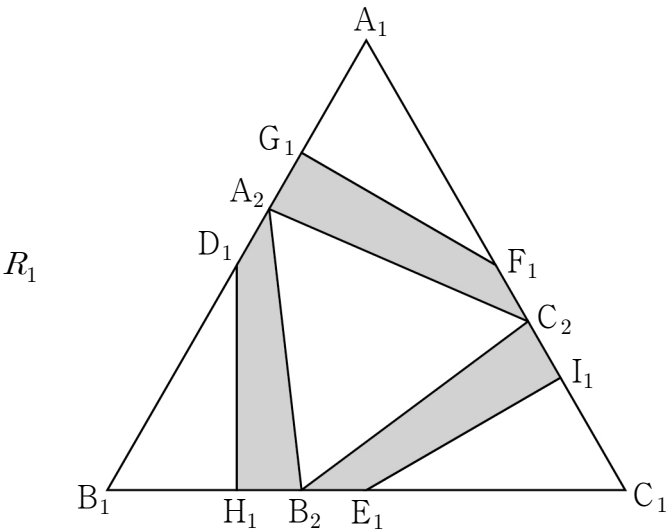
라 할 때,  $S_n, T_n$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $S_7 = T_7$   
 (나) 6 이상의 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $S_n + T_n = 84$ 이다.

$T_{15}$ 의 값은? [4점]

- ① 96      ② 102      ③ 108      ④ 114      ⑤ 120

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 의 세 선분  $A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1$ 의 중점을 각각  $D_1, E_1, F_1$ 이라 하고, 세 선분  $A_1D_1, B_1E_1, C_1F_1$ 의 중점을 각각  $G_1, H_1, I_1$ 이라 하고, 세 선분  $G_1D_1, H_1E_1, I_1F_1$ 의 중점을 각각  $A_2, B_2, C_2$ 라 하자. 세 사각형  $A_2C_2F_1G_1, B_2A_2D_1H_1, C_2B_2E_1I_1$ 에 모두 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 삼각형  $A_2B_2C_2$ 에 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 세 사각형  $A_3C_3F_2G_2, B_3A_3D_2H_2, C_3B_3E_2I_2$ 에 모두 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

- ①  $\frac{109\sqrt{3}}{15}$       ②  $\frac{112\sqrt{3}}{15}$       ③  $\frac{23\sqrt{3}}{3}$   
 ④  $\frac{118\sqrt{3}}{15}$       ⑤  $\frac{121\sqrt{3}}{15}$

19. 실수 전체의 집합에서  $f(x) > 0$  이고 도함수가 연속인 함수  $f(x)$ 가 있다. 실수 전체의 집합에서 함수  $g(x)$ 가

$$g(x) = \int_0^x \ln f(t) dt$$

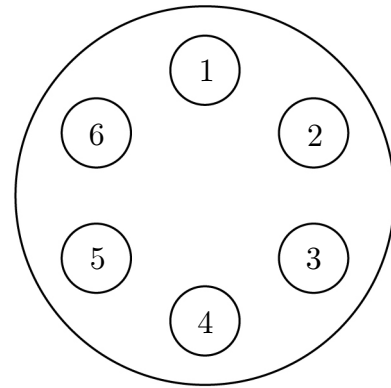
일 때, 함수  $g(x)$ 와  $g(x)$ 의 도함수  $g'(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $g(x)$ 는  $x=1$ 에서 극값 2를 갖는다.  
 (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g'(-x) = g'(x)$ 이다.

$$\int_{-1}^1 \frac{xf'(x)}{f(x)} dx \text{의 값은? [4점]}$$

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

20. 그림과 같이 원탁 위에 1부터 6까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 접시가 놓여 있고 같은 종류의 쿠키 9개를 접시 위에 담으려고 한다. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수가 적혀 있는 접시와 그 접시에 이웃하는 양 옆의 접시 위에 3개의 쿠키를 각각 1개씩 담는 시행을 한다. 예를 들어, 주사위를 던져 나온 눈의 수가 1인 경우 6, 1, 2가 적혀 있는 접시 위에 쿠키를 각각 1개씩 담는다. 이 시행을 3번 반복하여 9개의 쿠키를 모두 접시 위에 담을 때, 6개의 접시 위에 각각 한 개 이상의 쿠키가 담겨 있을 확률은? [4점]



- ①  $\frac{7}{18}$       ②  $\frac{17}{36}$       ③  $\frac{5}{9}$       ④  $\frac{23}{36}$       ⑤  $\frac{13}{18}$



21. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)=\frac{4x^2}{x^2+3}$  에

대하여  $f(x)$  의 역함수를  $g(x)$  라 할 때, 함수  $h(x)$  를

$$h(x)=f(x)-g(x) \, (0 < x < 4)$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

————— <보 기> —————

㉠.  $h(1)=0$   
㉡. 두 양수  $a, b \, (a < b < 4)$  에 대하여  
 $\int_a^b h(x)dx$  의 값이 최대일 때,  $b-a=2$  이다.  
㉢.  $h(x)$  의 도함수  $h'(x)$  의 최댓값은  $\frac{7}{6}$  이다.

- ① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

단답형

22. 등비수열  $\{a_n\}$  에서  $a_2=6, \, a_5=48$  이다.  $a_6$  의 값을 구하시오. [3점]

23.  $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^6$  의 전개식에서  $x^6$  의 계수를 구하시오. [3점]

24. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B\left(36, \frac{2}{3}\right)$ 를 따른다.

$E(2X - a) = V(2X - a)$ 를 만족시키는 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 삼각형 ABC에 대하여  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle B = \beta$ ,  $\angle C = \gamma$ 라 할 때,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고  $\cos \alpha$ ,  $2\cos \beta$ ,  $8\cos \gamma$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때,  $\tan \alpha \tan \gamma$ 의 값을 구하시오. (단,  $\alpha < \beta < \gamma$ ) [4점]

25. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t (t > 0)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

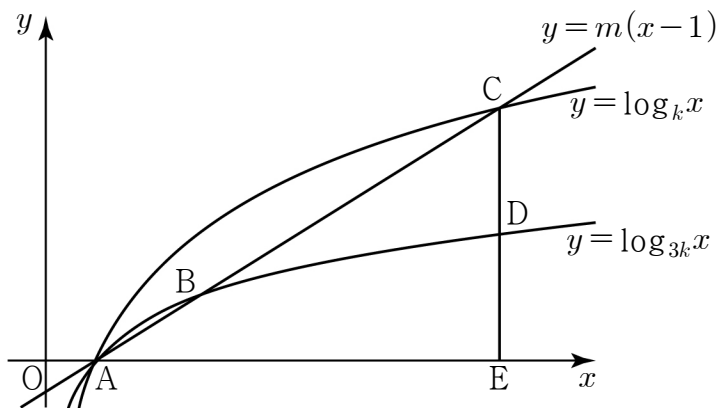
$$x = 3t - \frac{2}{\pi} \cos \pi t, \quad y = 6 \ln t - \frac{2}{\pi} \sin \pi t$$

이다. 시각  $t = \frac{1}{2}$ 에서 점 P의 속력을 구하시오. [3점]

27.  $k > 1$  인 실수  $k$ 에 대하여 두 곡선  $y = \log_{3k} x$ ,  $y = \log_k x$ 가 만나는 점을 A라 하자. 양수  $m$ 에 대하여 직선  $y = m(x-1)$ 이 두 곡선  $y = \log_{3k} x$ ,  $y = \log_k x$ 와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 점 C를 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = \log_{3k} x$ ,  $x$ 축과 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, 세 삼각형 ADB, AED, BDC가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 삼각형 BDC의 넓이는 삼각형 ADB의 넓이의 3배이다.
- (나) 삼각형 BDC의 넓이는 삼각형 AED의 넓이의  $\frac{3}{4}$ 배이다.

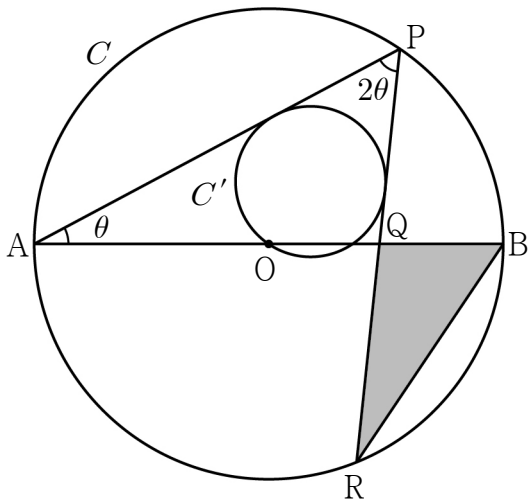
$\frac{k}{m}$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow X$  중에서 다음 조건을 만족시키는 함수  $f$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $f(3) \times f(6)$ 은 3의 배수이다.
- (나) 집합  $X$ 의 임의의 두 원소  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 < x_2$ 이면  $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.

29. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 원 C가 있다. 원 C 위를 움직이는 점 P에 대하여  $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, 선분 AB 위에  $\angle APQ = 2\theta$ 를 만족시키는 점을 Q라 하자. 직선 PQ가 원 C와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 R라 할 때, 중심이 삼각형 AQP의 내부에 있고 두 선분 PA, PR에 동시에 접하는 원을  $C'$ 이라 하자. 원  $C'$ 이 점 O를 지날 때, 원  $C'$ 의 반지름의 길이를  $r(\theta)$ , 삼각형 BQR의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{r(\theta)} = a$ 일 때,  $45a$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) [4점]



30. 함수  $f(x) = \sin \frac{\pi}{2}x$ 와 0이 아닌 두 실수  $a, b$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = e^{af(x)} + bf(x) \quad (0 < x < 12)$$

라 하자. 함수  $g(x)$ 가  $x = \alpha$ 에서 극대 또는 극소인 모든  $\alpha$ 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_m$  ( $m$ 은 자연수)라 할 때,  $m$  이하의 자연수  $n$ 에 대하여  $\alpha_n$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $n$ 이 홀수일 때,  $\alpha_n = n$ 이다.  
 (나)  $n$ 이 짝수일 때,  $g(\alpha_n) = 0$ 이다.

함수  $g(x)$ 가 서로 다른 두 개의 극댓값을 갖고 그 합이  $e^3 + e^{-3}$ 일 때,  $m\pi \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} g(x) \cos \frac{\pi}{2}x dx = pe^3 + qe$ 이다.  $p - q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 정수이다.) [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.